Todos los conceptos y fórmulas utilizados a continuación se han estudiado en Física y Química de 1º de Bachillerato.

El único concepto que se estudia en Física de 2º de Bachillerato es la fórmula de la energía potencial de un electrón girando alrededor del núcleo. Su valor es:

$$Ep = -K\frac{e^2}{r}$$

El valor máximo de la energía potencial es cero, y corresponde a un radio r = ∞, que significa que el electrón ha sido arrancado del átomo.

El resto de valores son negativos y cuanto más cerca se encuentra el electrón del núcleo, más grande es el valor absoluto de la energía, pero como esta es negativa, la energía potencial disminuye al acercarse al núcleo.

DESARROLLO MATEMÁTICO DEL MODELO DE BORH

Sobre el año 1900 se conocía de forma *experimental* que las longitudes de onda de las líneas del espectro de emisión del átomo de hidrógeno, venían dadas por la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$ donde $R = 1{,}09678 \,.10^7\ m^{-1}$ (Constante de Rydberg).

n_1 y n_2 son números enteros, de forma que $n_2 > n_1$ y en función del valor de éstos, se obtienen las diferentes series de líneas. (Ver los apuntes).

Borh desarrolló su teoría para tratar de explicar por que las líneas del espectro seguían esta fórmula.

1. Deducción del radio de las órbitas.

El **primer postulado de Borh** establece que el electrón gira en torno al núcleo describiendo una órbita circular, sin emitir ni absorber energía.

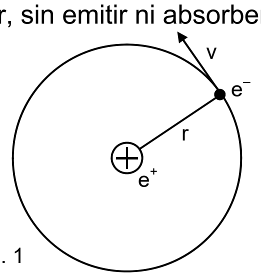

Fig. 1

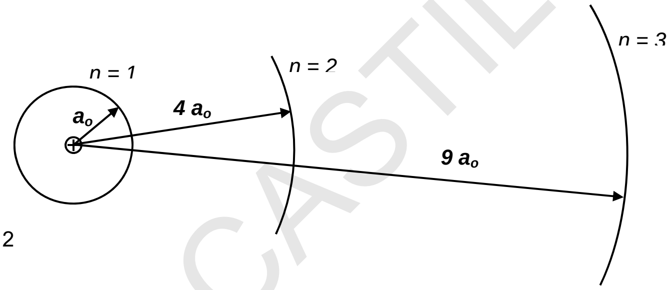

Fig. 2

La fuerza centrípeta asociada al giro de un electrón en una órbita circular es (Fig 1):

$$F_{cp} = m_e \frac{v^2}{r}$$ donde v es la velocidad del electrón.

y la fuerza de atracción electrostática entre el electrón y el núcleo,

$$F_{elect.} = K \frac{e^2}{r^2}$$

Cómo ambas fuerzas tienen que ser iguales,

$$m_e \frac{v^2}{r} = K \frac{e^2}{r^2}$$

y despejando la velocidad,

$$v = \sqrt{\frac{Ke^2}{m_e r}}$$ Esta es la velocidad que según la mecánica clásica, debe tener un electrón para moverse de forma estacionaria en una órbita de radio ***r***.

Para que un electrón en su giro no emita ninguna radiación electromagnética, el **segundo postulado de Borh** establece que su momento angular debe ser igual a:

$$m_e\, v\, r = n \frac{h}{2\pi}$$ donde $n = 1,2,3,...$

Por lo tanto,

$$m_e . \sqrt{\frac{Ke^2}{m_e r}} . r = \frac{n\, h}{2\pi}$$

elevando todo al cuadrado y despejando r, se obtiene:

$$r = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e K e^2} n^2 = a_o\, n^2$$ donde a_o es el radio de Bohr y su valor es $0{,}529.10^{-10}\ m$.

n recibe el nombre de nº cuántico principal, y vale 1 para la primera órbita, 2 para la segunda, y así sucesivamente. En la primera órbita, el electrón se encuentra a 0,529 Å del núcleo. (1Å = 10^{-10} m). Los radios de las órbitas son *1,4,9,16,25*,... veces el valor de a_o (ver fig. 2).

2. Cálculo de la energía de las órbitas.

La energía total en cada órbita es la suma de las energías cinética y potencial electrostática:

$$E = E_{cinetica} + E_{potencial} = \frac{1}{2} m_e v^2 - K\,\frac{e^2}{r} = \frac{1}{2}\, m_e\, \frac{Ke^2}{m_e r} - K\,\frac{e^2}{r} = -\frac{1}{2}\frac{Ke^2}{r}$$

Y si se sustituye r por el valor de la expresión obtenida anteriormente,

$$E = -\frac{2\,\pi^2 K^2 e^4 m_e}{h^2}\frac{1}{n^2} = -21{,}8\,.10^{-19}.\frac{1}{n^2}J = -13{,}6\,.\frac{1}{n^2}eV$$

La energía también está cuantizada por el número ***n***. Su valor mas bajo, ***–13,6 eV***, corresponde a la primera órbita (n = 1) y su valor mas alto, ***0 eV***, corresponde al electrón en el infinito, (n = ∞). Este resultado es similar al obtenido en el campo gravitatorio, donde el valor mas alto de la energía corresponde a una distancia infinita, y es cero. A distancias inferiores, la energía es negativa.

3. Deducción de la fórmula de Rydberg.

Según el **tercer postulado** de la teoría de Borh, cuando un electrón salta de una órbita 1 a otra inferior 2 debe emitir un fotón de luz cuya frecuencia es:

$$h\nu = E_2 - E_1 = -\frac{2\,\pi^2 K^2 e^4 m_e}{h^2}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) = \frac{2\,\pi^2 K^2 e^4 m_e}{h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

Como $\nu = \frac{c}{\lambda}$, sustituyendo en la fórmula anterior queda

$$h\frac{c}{\lambda} = \frac{2\,\pi^2 K^2 e^4 m_e}{h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

y de aquí se obtiene que

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\,\pi^2 K^2 e^4 m_e}{c\,h^3}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

Si se calcula el valor de

$$\frac{2\,\pi^2 K^2 e^4 m_e}{c\,h^3} = 1{,}0975\,.10^7\ m^{-1}$$

Se observa que coincide prácticamente con el valor de la constante de Rydberg obtenida de forma experimental.

Posteriormente, se descubrió que las órbitas podían ser elípticas y tener distintas orientaciones en el espacio, que el espectro del hidrógeno se complicaba en presencia de un campo magnético, y que los electrones tenían un giro sobre si mismos, llamado *espín*. **Sommerfeld**, junto con **Borh**, introdujeron un nuevo modelo con órbitas elípticas y cuatro números cuánticos (n, l, m_l, m_s) y **Schrödinger** desarrolló su teoría de orbitales, vigente actualmente.

A **Borh** le fue concedido el premio Nobel en el año 1922 por su contribución al conocimiento de la estructura de los átomos.

4. Actividades.

1. Trata de deducir tu sólo, sin ayuda, todas las ecuaciones desarrolladas anteriormente.
2. A partir de los valores de las constantes físicas, comprueba todos los valores numéricos obtenidos.
   K = $8{,}99.10^9$ N m^2 / C^2
   e = $1{,}602.10^{-19}$ C
   m_e = $9{,}1095.10^{-31}$ Kg
   h = $6{,}626.\ 10^{-34}$ J.s
   c = $2{,}998.10^8$ m/s